

Resolver el sistema de ecuaciones de dos incógnitas usando la representación general $AX = B$

Resolver Método $AX = B$

$$\begin{cases} x+2y+3z = 1 \\ 2x+y = -1 \\ -x+y+z = 2 \end{cases}$$

Solución del ejercicio

Ya es sabido que la solución de un problema de ecuaciones puede llevarse a cabo a través de diferentes formas: el uso de matrices facilita este proceso. La solución de ecuaciones a través del álgebra de matrices se realiza gracias a la implementación de ecuaciones matriciales.

Las operaciones elementales a una matriz son de intercambio de filas, operación producto escalar por fila, producto escalar por fila y suma a otra fila, suma o resta de filas.

Observe que toda ecuación puede plantearse de la forma $AX = B$, Donde A será la matriz de coeficientes, X la matriz de incógnitas y B la matriz de valores independientes.

Despejando matricialmente $AX = B$ se tiene:

Multiplicando por la inversa en ambos lados de la ecuación:

$$A * A^{-1} * X = A^{-1} * B$$

$$I * X = A^{-1} * B$$

$$X = A^{-1} * B$$

Observe que se trata de hallar la inversa a la matriz de coeficientes y multiplicarla por la matriz de valores independientes obteniendo cada valor de incógnita por igualdad de matrices.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/6 & 1/6 & -1/2 \\ -1/3 & 2/3 & 1 \\ 1/2 & -1/2 & -1/2 \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1} * B$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/6 & 1/6 & -1/2 \\ -1/3 & 2/3 & 1 \\ 1/2 & -1/2 & -1/2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

El proceso de cálculo de inversa lo puede verificar visitando:

<http://tutorias.co/descargas/cursos/algebraLineal/inversa%5Ba33%5DcincoUnos.pdf>

Como resultado final se puede concluir que la incógnita $x = -1$; $y = 1$; $z = 0$;

Se puede verificar esto comprobando dichos valores en la ecuación original.

Convenciones:

- A^{-1}** : Matriz Inversa
- I** : Matriz Identidad
- B** : Matriz de valores independientes
- X** : Matriz de incógnitas
- A** : Matriz de coeficientes